

Вариант задания 2

Лист работы 1 из 2

Задача N1. $D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-a(a+2)) = 4 + 4a(a+2) = 4a^2 + 8a + 4 = (2a+2)^2$.

Найдем корни:
$$\begin{cases} x = \frac{2 + \sqrt{(2a+2)^2}}{2} = \frac{2 + |2a+2|}{2} = 1 + |a+1|, \\ x = \frac{2 - \sqrt{(2a+2)^2}}{2} = \frac{2 - |2a+2|}{2} = 1 - |a+1|. \end{cases}$$

Если $a \geq -1$, тогда:
$$\begin{cases} x = 2+a, \\ x = -a \end{cases} \Rightarrow \text{наименьший корень} = -a \Rightarrow \begin{cases} a \geq -1, \\ -a \geq \frac{1}{2}, \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \geq -1, \\ a \leq -\frac{1}{2}, \end{cases} \Rightarrow a \in (-1, -\frac{1}{2}).$$

2) Если $a = -1$, тогда $x^2 - 2x - a(a+2) = x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = 1 > \frac{1}{2}$

3) Если $a < -1$, тогда:
$$\begin{cases} x = 1 - a - 1 = -a, \\ x = 2 + a \end{cases} \Rightarrow \text{наименьший корень равен } 2+a \Rightarrow \begin{cases} a < -1, \\ 2+a \geq \frac{1}{2}, \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \leq -1, \\ a \geq -\frac{3}{2}, \end{cases} \Rightarrow a \in (-\frac{3}{2}, -1).$$

Из всех пунктов следует, что $a \in (-1.5; -0.5)$.

Ответ: $a \in (-1.5; -0.5)$

Задача 2. Из первого условия следует, что $x+y \leq 0$. Преобразуем второе условие:

$$\begin{aligned} (\sqrt{12\sqrt{5}+29} - \sqrt{12\sqrt{5}-29}) \cdot |y| + 6 &= 0 = (\sqrt{13^2-2 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{5}+2\sqrt{5}} - \sqrt{13^2+2 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{5}+2\sqrt{5}}) \cdot |y| + 6 = \\ &= (\sqrt{(3-2\sqrt{5})^2} - \sqrt{(3+2\sqrt{5})^2}) \cdot |y| + 6 = (2\sqrt{5}-3-3-2\sqrt{5}) \cdot |y| + 6 = -6|y|+6=0 \Rightarrow |y|=1 \Rightarrow \end{aligned}$$



$\Rightarrow \begin{cases} y=1, \\ y=-1. \end{cases}$ Если $y=1$, то: $\sqrt{-|x+1|} + 1 > 0$. Выразим в левой части имеет смысл только при $-|x+1| \geq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow |x+1| \leq 0 \Rightarrow x=-1$. Если $y=-1$, то: $\sqrt{-|x-1|} + 1 > 0$. Поэтому: $-|x-1| \geq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow |x-1| \leq 0 \Rightarrow x=1$.

Ответ: $(-1; 1); (1; -1)$.

Задача №4. Пусть $x \geq -1$, тогда: $2|x+1| = 2x+2 = a-x-3 \Rightarrow$

$\Rightarrow 3x = \frac{a-5}{1} \Rightarrow x = \frac{a-5}{3} \Rightarrow 0 \leq \frac{a-5}{3} \Rightarrow 0 \leq a-5 \leq -3 \Rightarrow 5 \leq a \leq 2$.

Если $-1 \leq x < 3$, то $2|x+1| = -2x-2 = a-x-3 \Rightarrow -x = a-1 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = 1-a \Rightarrow -1 \leq 1-a < -3 \Rightarrow -2 \leq -a < -4 \Rightarrow 2 \leq a < 4 \Rightarrow 4 > a \geq 2$.

Решим систему: $\begin{cases} 5 \geq a \geq 2, \\ 4 > a \geq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5 \geq a, \\ a \geq 2, \\ 4 > a \end{cases}$

$a \in [2; 4)$

Ответ: $a \in [2; 4)$.

Задача №3. Пусть $AK=x$, P - середина KB .

Проведем через P и K прямые, паралл.

BC . По теореме из т-ва Палеса, M

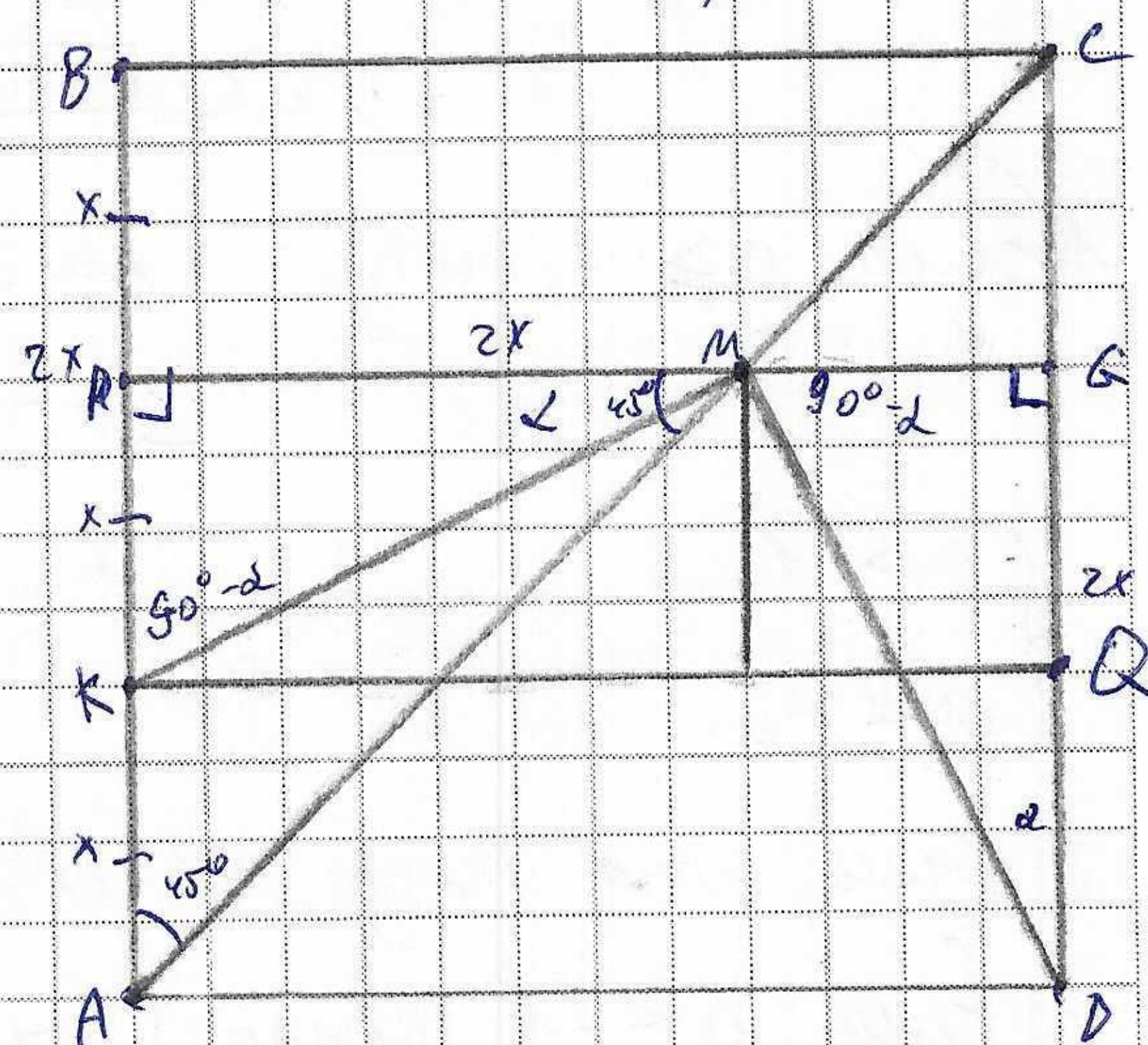
принадлежит прямой, проходящей через M, P , тогда пусть $PM \cap CD = G$. Из точки M

опустим перпендикуляр к прямой KQ : $MH \perp KQ$, тогда $MH = x = MG$ (из т-ва Палеса). $\triangle KPM \cong \triangle MGD$ по двум катетам: $KP = MG = x$, $PM = GD = 2x \Rightarrow KM = MD$. Пусть $\angle PMK = \alpha$, тогда $\angle PKM = \angle MDG =$

$90^\circ - \alpha \Rightarrow \angle KMD = 90^\circ$.

Ответ: $90^\circ = \angle KMD$.

Задача 5: Ответ $\frac{1}{3}$.





Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»



Вариант задания 2

Лист работы 2 из 2

